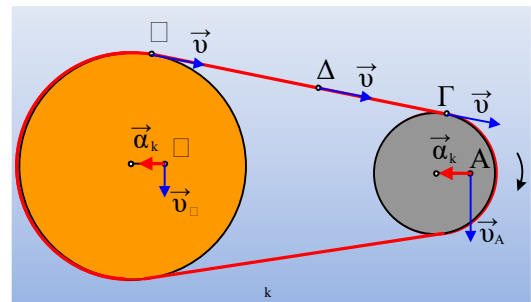


Οι δυο κύλινδροι του σχήματος, με ακτίνες $R_1=0,2\text{m}$ και $R_2=0,5\text{m}$, μπορούν να στρέφονται γύρω από σταθερούς άξονες που περνάνε από τα κέντρα των βάσεών τους, συνδέονται με ιμάντα και ηρεμούν. Κάποια στιγμή ο κύλινδρος (1) τίθεται σε περιστροφή και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γωνιακή του ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο ιμάντας δεν γλιστρά στους κυλίνδρους με αποτέλεσμα να τίθεται σε περιστροφή και ο δεύτερος κύλινδρος (2).

- i) Να γίνουν τα διαγράμματα της γωνιακής επιτάχυνσης κάθε κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο.
- ii) Κάποια στιγμή $t_1 > 5\text{s}$, δύο σημεία των κυλίνδρων A και B βρίσκονται στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα. Τα σημεία αυτά απέχουν $r=10\text{cm}$ από τους άξονες περιστροφής O και K αντίστοιχα.
 - α) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση κάθε σημείου.
 - β) Μετά πόσο χρόνο τα παραπάνω σημεία θα βρίσκονται ταυτόχρονα ξανά στις ίδιες θέσεις για πρώτη φορά;

Απάντηση:

- i) Τα σημεία Γ, Δ και Ε, σημεία του ιμάντα, έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα v . Αλλά, από την στιγμή που ο ιμάντας δεν γλιστρά στους κυλίνδρους οι ταχύτητες των σημείων Γ και Ε είναι και γραμμικές ταχύτητες δύο σημείων στην περιφέρεια των κυλίνδρων, συνεπώς:



$$v_E = v_\Gamma = v_{1\gamma\rho} = v_{2\gamma\rho} \quad \text{ή}$$

$$\omega_1 \cdot R_1 = \omega_2 \cdot R_2 \rightarrow \frac{d\omega_1}{dt} R_1 = \frac{d\omega_2}{dt} R_2 \rightarrow a_{1\gamma\omega\nu} \cdot R_1 = a_{2\gamma\omega\nu} \cdot R_2 \quad (1)$$

Για τον πρώτο κύλινδρο με βάση το διάγραμμα η γωνιακή επιτάχυνση είναι σταθερή από 0-5s (σταθερή κλίση στο διάγραμμα ω - t , οπότε:

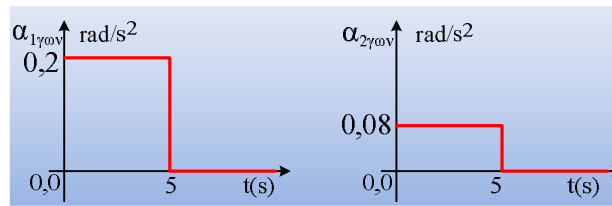
$$a_{1\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{\Delta\omega_1}{\Delta t} = \frac{1-0}{5-0} \text{rad} / \text{s}^2 = 0,2 \text{rad} / \text{s}^2$$

Ενώ είναι μηδενική όταν $t > 0$.

Οπότε από την (1) βρίσκουμε: $a_{2\gamma\omega\nu} = a_{1\gamma\omega\nu} \frac{R_1}{R_2} = 0,2 \frac{0,2}{0,5} \text{rad} / \text{s}^2 = 0,08 \text{rad} / \text{s}^2$

Ενώ είναι επίσης μηδενική όταν $t > 0$.

Με βάση αυτά, τα ζητούμενα διάγραμμα είναι όπως στα παρακάτω σχήματα:



- ii) Στο παραπάνω σχήμα έχουν σημειωθεί η ταχύτητα και η κεντρομόλος επιτάχυνση για τα σημεία A και B. Από τη στιγμή που η επιτάχυνση των κυλίνδρων έχει μηδενιστεί η μόνη επιτάχυνση που έχουν τα σημεία είναι η κεντρομόλος, οπότε:

$$a_{k1} = \omega_1^2 r = 1 \cdot 0,1 \text{ m/s}^2 = 0,1 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Εξάλλου } \omega_1 \cdot R_1 = \omega_2 \cdot R_2 \rightarrow \omega_2 = \omega_1 \frac{R_1}{R_2} = 1 \frac{0,2}{0,5} \text{ rad/s} = 0,4 \text{ rad/s}, \text{ συνεπώς:}$$

$$a_{k2} = \omega_2^2 r = 0,4 \cdot 0,1 \text{ m/s}^2 = 0,04 \text{ m/s}^2$$

Το σημείο A θ βρίσκεται στην παραπάνω θέση στις χρονικές στιγμές που είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου, δηλαδή τις στιγμές $t = N T_1$. Όμοια το σημείο B, τις στιγμές $t = N' T_2$. Συνεπώς η χρονική στιγμή που για πρώτη φορά θα βρεθούν ταυτόχρονα στις ίδιες θέσεις, θα είναι το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) των δύο περιόδων.

$$\text{Αλλά } T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{1} \text{ s} = 2\pi \text{ s} \text{ και } T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{0,4} \text{ s} = 5\pi \text{ s}$$

συνεπώς τα δυο σημεία θα βρεθούν ταυτόχρονα στις ίδιες θέσεις σε χρόνο $10\pi \text{ s} = 31,4 \text{ s}$, μετά τη στιγμή t_1 .

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης