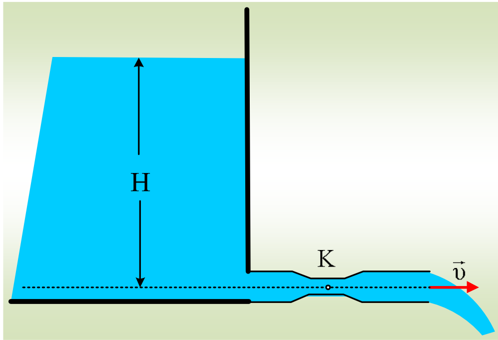
Μια στένωση σε σωλήνα



Στο διπλανό σχήμα, κοντά στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής, σε βάθος H, έχει συνδεθεί ένας οριζόντιος σωλήνας, από το άκρο του οποίου εκρέει νερό με ορισμένη ταχύτητα. Ο σωλήνας παρουσιάζει μια περιοχή με στένωση.

Έστω ένα σημείο Κ στον άξονα του σωλήνα, στην περιοχή του στενώματος.

i) Για την πίεση στο σημείο Κ ισχύει:

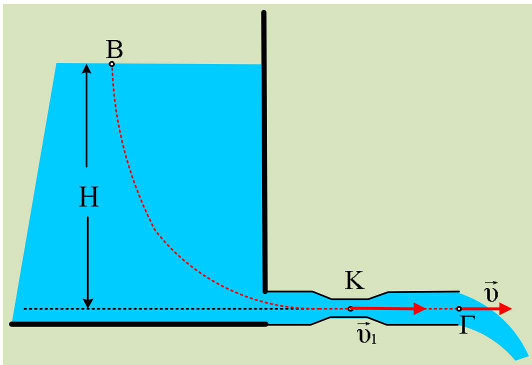
α) $p_K = p_{ατμ} + \rho g H$, β) $p_K > p_{ατμ} + \rho g H$, γ) $p_K = p_{ατμ}$, δ) $p_K < p_{ατμ}$.

ii) Αν $p_{ατμ} = 6\rho g H$, ενώ το εμβαδόν της διατομής στο στένωμα (A_1) είναι το μισό της υπόλοιπης διατομής του οριζόντια σωλήνα (Α), τότε η πίεση στο σημείο Κ, έχει τιμή:

α) $p_K = \frac{1}{3} p_{ατμ}$, β) $p_K = \frac{1}{2} p_{ατμ}$, γ) $p_K = \frac{3}{4} p_{ατμ}$, δ) $p_K = \frac{4}{3} p_{ατμ}$.

Η παραπάνω ροή να θεωρηθεί μόνιμη και στρωτή ροή ενός ιδανικού ρευστού.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε μια ρευματική γραμμή ΒΓ, από την επιφάνεια της δεξαμενής μέχρι την έξοδο του νερού στο άκρο Γ του οριζόντιου σωλήνα.

Από την εξίσωση της συνέχειας, μεταξύ των διατομών στο στένωμα και στην έξοδο παίρνουμε:

$$A_1 \cdot \upsilon_1 = A \cdot \upsilon \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} A \cdot \upsilon_1 = A \cdot \upsilon \rightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon. \ (1)$$

Παίρνοντας τώρα την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Κ και Γ έχουμε:

$$p_K + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \rightarrow$$

$$p_K + \frac{1}{2}\rho \cdot 4\upsilon^2 = p_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \rightarrow$$

$$p_K = p_{ατμ} - 3 \cdot \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 < p_{ατμ} \ (2)$$

Σωστό το δ).

ii) Παίρνουμε ξανά την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Β, στην επιφάνεια της δεξαμενής και του σημείου Γ (όπου το νερό εκρέει από το άκρο του οριζόντιου σωλήνα) και έχουμε:

$$p_B + \rho g H + \frac{1}{2}\rho \upsilon_B^2 = p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 \rightarrow$$

Αλλά $p_B=p_\Gamma=p_{\alpha\tau\mu}$ ενώ $\upsilon_B \approx 0$, θεωρώντας μεγάλη την επιφάνεια της δεξαμενής, οπότε η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\rho g H = \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 \ (3)$$

Έτσι η εξίσωση (2) γίνεται:

$$p_K = p_{\alpha\tau\mu} - 3 \cdot \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 = p_{\alpha\tau\mu} - 3\rho g H = p_{\alpha\tau\mu} - 3\frac{p_{\alpha\tau\mu}}{6} = \frac{1}{2}p_{\alpha\tau\mu}$$

Σωστό το β).

dmargaris@gmail.com