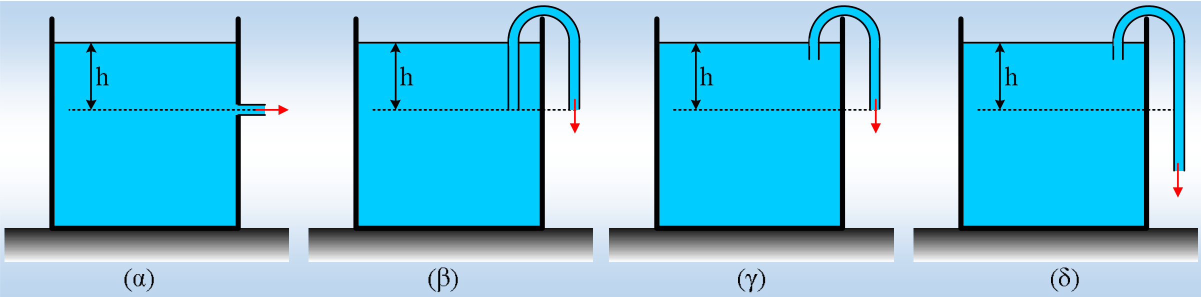
Τέσσερις τρόποι άντλησης νερού.



Στα παραπάνω σχήματα βλέπουμε 4 τρόπους για εκροή νερού από μια μεγάλη δεξαμενή, όπου ο οριζόντιος σωλήνας στο σχήμα (α) και οι τρεις άλλοι σωλήνες (σιφώνια), όπου η άντληση γίνεται με αναρρόφηση, έχουν ίσες διατομές.

i) Για τις ταχύτητες εκροής στα σχήματα (α) και (β) ισχύει:

1) $\upsilon_\alpha < \upsilon_\beta$, 2) $\upsilon_\alpha = \upsilon_\beta$, 3) $\upsilon_\alpha > \upsilon_\beta$.

ii) Για τις παροχές στα δοχεία (β) και (γ) ισχύει:

1) $\Pi_\beta < \Pi_\gamma$, 2) $\Pi_\beta = \Pi_\gamma$, 3) $\Pi_\beta > \Pi_\gamma$.

iii) Η σύγκριση των ταχυτήτων εκροής μεταξύ των δοχείων (γ) και (δ) μας δίνει:

1) $\upsilon_\gamma < \upsilon_\delta$, 2) $\upsilon_\gamma = \upsilon_\delta$, 3) $\upsilon_\gamma > \upsilon_\delta$.

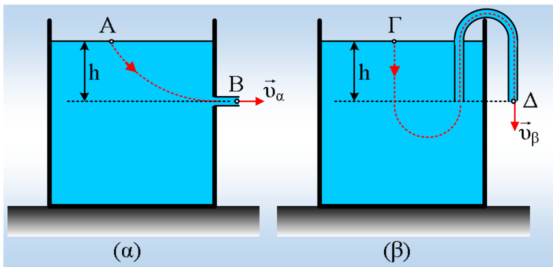
iv) Να συγκριθούν οι συνολικοί χρόνοι εκροής νερού από τα δοχεία (γ) και (δ).

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας, θεωρώντας τις ροές ως μόνιμες και στρωτές ροές, ενός ιδανικού ρευστού.

Απάντηση:

i) Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli για την (α) δεξαμενή μεταξύ ενός σημείου Α στην επιφάνεια της δεξαμενής και του σημείου εξόδου Β, στο άκρο του οριζόντιου σωλήνα:

$$p_A + \rho g h + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2$$



Όμως $p_A=p_B=p_{ατμ}$, ενώ θεωρώντας σταθερό το ύψος του νερού στη δεξαμενή $\upsilon_A=0$, οπότε:

$$\upsilon_\alpha = \sqrt{2gh}$$

Αλλά ακολουθώντας την ίδια λογική πορεία, έχουμε σχεδιάσει μια ρευματική γραμμή στο (β) σχήμα, όπου οδηγεί το νερό από την επιφάνεια (σημείο Γ) στην έξοδο του σωλήνα (σημείο Δ). Και πάλι η εξίσωση μεταξύ των παραπάνω σημείων, (τα οποία επίσης απέχουν κατακόρυφα κατά h) θα μας οδηγήσει στην ίδια εξίσωση:

$$\upsilon_\beta = \sqrt{2gh}$$

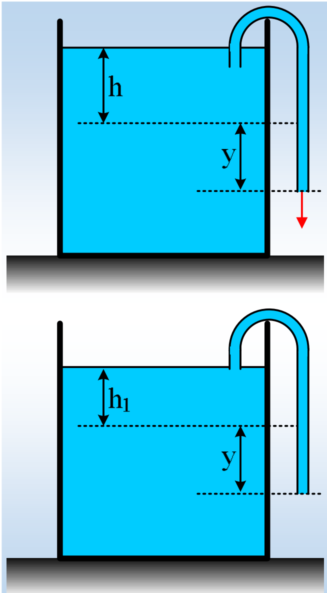
Σωστό το 2).

ii) Με βάση την απάντηση στο προηγούμενο ερώτημα η ταχύτητα εκροής δεν εξαρτάται από το μήκος του βυθισμένου σωλήνα, αλλά από την κατακόρυφη απόσταση του σημείου εξόδου, από την επιφάνεια της δεξαμενής. Αλλά η κατακόρυφη απόσταση και στις δύο δεξαμενές (β) και (γ) είναι ίση με h, με αποτέλεσμα να έχουμε ίσες ταχύτητες εκροής.

Όμως η παροχή από κάποιον σωλήνα είναι ίση με Π=Α·υ, συνεπώς αφού οι δυο σωλήνες έχουν ίσες διατομές και έχουμε και ίσες ταχύτητες εκροής, θα έχουμε και ίσες παροχές. Σωστό το 2).

iii) Με βάση τα παραπάνω η ταχύτητα εκροής καθορίζεται από την κατακόρυφη απόσταση του σημείου εκροής και της επιφάνειας της δεξαμενής. Έτσι στην περίπτωση του δοχείου (γ) θα έχουμε $\upsilon_\gamma = \sqrt{2gh}$ ενώ στην περίπτωση του σωλήνα του σχήματος (δ) $\upsilon_\delta = \sqrt{2g(h+y)}$.

Άρα $\upsilon_\delta > \upsilon_\gamma$. Σωστό το 1).



(δ)

iv) Από τα δοχεία (γ) και (δ) θα έχουμε ροή, μέχρι που η ελεύθερη επιφάνεια να φτάσει στο στόμιο των δύο σωλήνων. Αλλά τότε με βάση το σχήμα, θα έχουμε τον ίδιο όγκο νερού που θα βγει και από τα δύο δοχεία. Όμως σύμφωνα με το προηγούμενο ερώτημα, σε κάθε θέση της επιφάνειας των δύο δεξαμενών, η ταχύτητα εκροής από το δοχείο (δ) θα είναι μεγαλύτερη, συνεπώς στο δοχείο αυτό η επιφάνεια θα χαμηλώσει γρηγορότερα, φτάνοντας στο στόμιο του σωλήνα και η ροή θα σταματήσει.

Θα ισχύει δηλαδή $t_\delta < t_\gamma$.

dmargaris@gmail.com