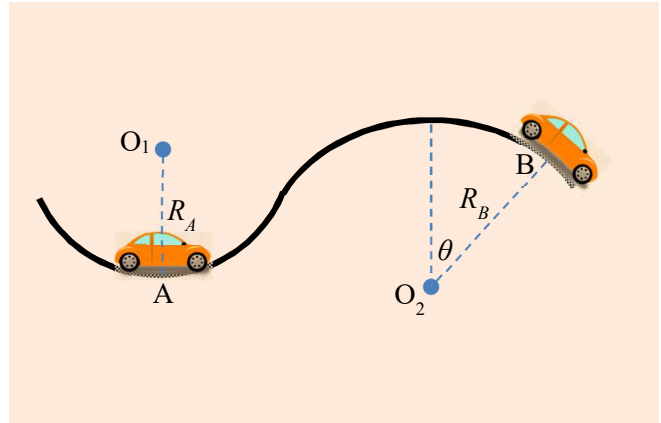


Ο δρόμος έχει «κύμα»

Ένα αυτοκίνητο, που θεωρείται υλικό σημείο, ταξιδεύει με σταθερό μέτρο ταχύτητας, στον «κυματιστό» δρόμο του σχήματος, κατευθυνόμενο από το σημείο Α της κυκλικής κοιλάδας, στο σημείο Β του επίσης κυκλικού όρους. Στο σημείο Α η ακτίνα καμπυλότητας είναι $R_A = 120m$ και η επιτάχυνση έχει μέτρο $a_A = 0,4g$. Το μέτρο της επιτάχυνσης στο Β δεν πρέπει να ξεπερνάει την τιμή $a_B = 0,25g$.



- α) Ποιο είναι το μέτρο v της ταχύτητας;
- β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της ακτίνας καμπυλότητας του δρόμου στο σημείο Β;
- γ) Σχεδιάστε και υπολογίστε τα μέτρα των γωνιακών ταχυτήτων του αυτοκινήτου, καθώς αυτό διέρχεται από τα σημεία Α και Β, με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα. Στο ίδιο σχήμα σχεδιάστε και τα διανύσματα των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων.
- δ) Αν η διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας στο σημείο Α είναι κατακόρυφη και στο σημείο Β σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφη, όπου $\sin\theta = 0,25$, υπολογίστε μεταξύ των δύο θέσεων:
- Τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας
 - Το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας
- ε) Σε ποια από τις 2 θέσεις πιστεύετε ότι ο οργανισμός του οδηγού, υφίσταται μεγαλύτερη επιβάρυνση;

Θεωρούμε ότι το αυτοκίνητο ως υλικό σημείο, που βρίσκεται πάνω στο δρόμο και $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

- α) Η επιτάχυνση του αυτοκινήτου στο σημείο Α είναι κεντρομόλος, άρα:

$$\alpha_A = \frac{v^2}{R_A} \Leftrightarrow v^2 = \alpha_A R_A \Leftrightarrow v = \sqrt{\alpha_A R_A}$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{0,4 \cdot 10 \cdot 100} \Leftrightarrow v = \sqrt{400} \Leftrightarrow v = 20m/s$$

- β) Από την εκφώνηση, το μέτρο της επιτάχυνσης στο σημείο Β, θέλουμε να ικανοποιεί την ανίσωση

$$\alpha_B \leq 0,25g \Leftrightarrow \frac{v^2}{R_B} \leq 0,25g$$

$$\Leftrightarrow 0,25gR_B \geq v^2 \Leftrightarrow R_B \geq \frac{v^2}{0,25g}$$

$$\Leftrightarrow R_B \geq \frac{20^2}{0,25 \cdot 10} \Leftrightarrow R_B \geq \frac{400}{2,5}$$

$$\Leftrightarrow R_B \geq 160m \Leftrightarrow R_{B,min} = 160m$$

γ) Στο σημείο A:

$$\omega_A = \frac{v}{R_A} = \frac{20}{100} = 0,2 \frac{rad}{s}$$

$$\text{Στο σημείο B: } \omega_B = \frac{v}{R_B} = \frac{20}{160} = 0,125 \frac{rad}{s}$$

Όλα τα ζητούμενα διανύσματα έχουν σχεδιαστεί στο σχήμα 1, όπου O_1 και O_2 τα κέντρα των κυκλικών τροχιών, που εκτελεί το αυτοκίνητο.

Το διάνυσμα $\vec{\omega}_A$ έχει σημείο εφαρμογής το O_1 , διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, ενώ το διάνυσμα $\vec{\omega}_B$ έχει σημείο εφαρμογής το O_2 , διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Η ταχύτητα είναι συνεχώς εφαπτόμενη στην τροχιά δηλαδή κάθετη στην επιβατική ακτίνα. Παρόλο που έχει σταθερό μέτρο, επιβάλλεται η γραφή της με διαφορετικό δείκτη, αφού αλλάζει η διεύθυνση του διανύσματος.

Η επιτάχυνση είναι κεντρομόλος, άρα και στα δύο σημεία έχει τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας με φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς (σχήμα 1).

δ) Παρατηρώντας το σχήμα 1, βλέπουμε ότι η ταχύτητα \vec{v}_A σχηματίζει γωνία θ με τον ορίζοντα, αφού η γωνία αυτή έχει πλευρές κάθετες με την επίκεντρη κορυφής O_2 .

Κατασκευάζουμε το σχήμα 2, κάνοντας τα διανύσματα των ταχυτήτων με κοινή αρχή O .

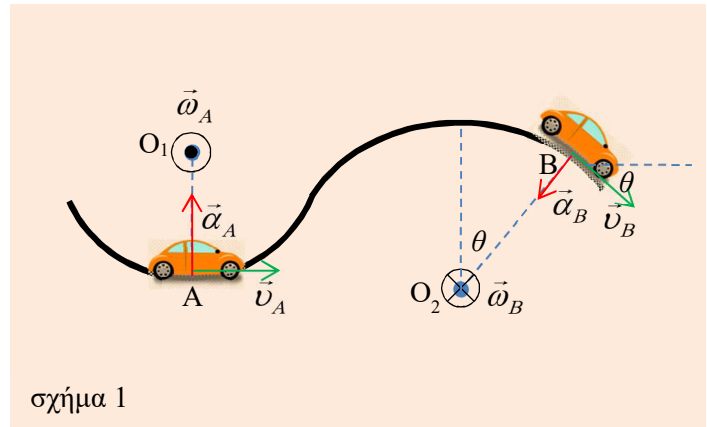
Το μέτρο της ταχύτητας έμεινε σταθερό, άρα η μεταβολή του μέτρου είναι

$$\Delta v = v_B - v_A = v - v = 0$$

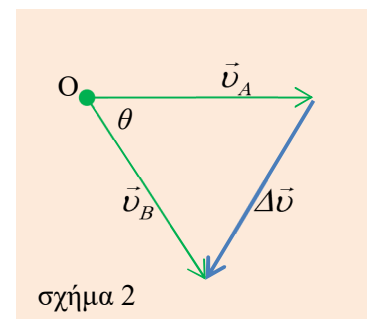
Το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει διεύθυνση, άρα υπάρχει μεταβολή του διανύσματος

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \text{ με διεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα 2.}$$

Το μέτρο της υπολογίζεται από το τρίγωνο του σχήματος με τη βοήθεια του νόμου των συνημιτόνων:



σχήμα 1



σχήμα 2

$$\begin{aligned} |\Delta\vec{v}| &= \sqrt{v_A^2 + v_B^2 - 2v_A v_B \cos\theta} = \sqrt{v^2 + v^2 - 2vv\cos\theta} = \\ &= \sqrt{2v^2 - 2v^2 \cdot 0,25} = \sqrt{1,5v^2} = v\sqrt{1,5} = 20\sqrt{1,5} \approx 24,5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

ε) Αν η επιτάχυνση έχει φορά από το κεφάλι προς τα πόδια, όπως στη θέση Β, το αίμα τείνει να συσσωρευτεί στα πόδια, κάτι που οδηγεί σε πτώση πίεσης στο κεφάλι και πιθανή τάση λιποθυμίας, χωρίς κάποια μόνιμη ζημιά.

Αν η επιτάχυνση έχει φορά από τα πόδια προς το κεφάλι, όπως στη θέση Α, τα πράγματα είναι **χειρότερα**, αφού έχουμε αύξηση της πίεσης στο κεφάλι, που αν οδηγήσει σε αιμορραγία, η ζημιά μπορεί να είναι ανεπανόρθωτη.

Φυσικά η επιτάχυνση του προβλήματος είναι μικρή και δεν υπάρχει κίνδυνος. Αυτή που κινδυνεύουν είναι οι πιλότοι πολεμικών αεροσκαφών ή οι αστροναύτες που δέχονται επιταχύνσεις μέχρι 9g!

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Ανδρέας Φιζόπουλος